ENSA

Concours d'accès en 1ère année des ENSA Maroc
Juillet 2015

Epreuve de Mathématiques **Durée : 1H30 min**

Q1. La somme

$$\frac{1}{2}\left(\sum_{k=0}^{12} C_{12}^{k}\right) - 34 =$$

A) 2012	B) 2013	C) 2014 X	D) 2015

Q2. $n \in IN^*$

$$\sum_{\substack{1 \le i \le n \\ 1 \le j \le n}} Min\,(i,j) =$$

A) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ X	B) $\frac{n(n+1)}{3}$	C) $\frac{n(n+2)}{3}$	D) $\frac{(n+1)(n+2)}{6}$

Q3. Soit le réel

$$\lambda = \sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$$

En calculant λ^3, montrer que :

A) $\lambda = 0$	B) $\lambda = 1$ X	C) $\lambda = 2$	D) $\lambda = 3$

Q4.

$$\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{\sin(n)}{3}\right)^n =$$

A) 1	B) $\frac{1}{3}$	C) $\frac{2}{3}$	D) 0 X

Q5.

$$\lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{2n+1} \frac{n}{n^2+k} =$$

A) 0	B) 1	C) 2 X	D) k

ENSA

Q6.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{10x} - e^{7x}}{x} =$$

A) 1	B) 2	C) 3 X	D) 4

Q7.

$$\lim_{x \to 0^+} \left(1 + \sin^2\left(\frac{1}{x}\right)\right) \ln x =$$

A) 1	B) 0	C) $-\infty$ X	D) $+\infty$

Q8.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{(10 - 3e^x)^2}\, dx =$$

X A) $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{10 - 3e} - \frac{1}{7}\right)$	B) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{10 - 3e} + \frac{1}{7}\right)$	C) $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{10 - e} - \frac{1}{7}\right)$	D) $\frac{1}{10 - 3e}$

Q9.

$$\int_1^e \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx =$$

A) $-\frac{5}{e}$	B) $2 + \frac{5}{e}$	C) $\frac{5}{e}$	D) $2 - \frac{5}{e}$ X

Q10.

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2}\, dx =$$

A) $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ X	B) $\frac{4}{3}$	C) $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$	D) $\frac{5}{3}$

ENSA

Problème 2:
Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$; unité graphique 1cm.
Soient A, B et C les points d'affixes respectives $a = 2$, $b = 3 + i\sqrt{3}$ et $c = 2i\sqrt{3}$.

Q16. La mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ vaut

A) 90° X	B) 95°	C) 85°	D) 180°

Q17. L'affixe w du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est

A) $1 - i\sqrt{3}$	B) $1 + i\sqrt{3}$ X	C) $-1 + i\sqrt{3}$	D) $-1 - i\sqrt{3}$

Q18. On note A_n le point d'affixe z_n, où z_n est la suite de nombres complexes, de premier terme $z_0 = 0$, et telle que, pour tout entier naturel n:

$$z_{n+1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_n + 2.$$

On considère la suite $t_n = z_n - w$.
En faisant remarquer que w est solution de l'équation $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} z + 2$. La suite t_n vérifie la relation:

A) $t_{n+1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} t_n$ X	B) $t_{n+1} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} t_n$	C) $1 + i\sqrt{3}\, t_{n+1} = 2\, t_n$	D) $1 + i\sqrt{3}\, t_n = 2\, t_{n+1}$

Q19. En déduire que pour tout entier naturel n, on a

A) $A_{n+6} = 2A_n$	B) $A_{n+6} = -A_n$	X C) $A_{n+6} = A_n$	D) $A_{n+6} = -2\, A_n$

Q20. La valeur de A_{2015} est

A) $-1 + 2i\sqrt{3}$	B) $3 + i\sqrt{3}$	C) $3i\sqrt{2}$	D) $-1 + i\sqrt{3}$ X

ENSA

Problème 1:

On considère plusieurs urnes de boules $U_1, U_2, \ldots\ldots\ldots U_n, \ldots\ldots$ telles que: la première urne, U_1, contient trois boules jaunes et deux boules vertes et chacune des autres urnes contient deux boules jaunes et deux boules vertes.

On réalise des tirages successifs de la manière suivante:

- on tire au hasard une boule de U_1;
- on place la boule tirée de U_1 dans U_2, puis on tire une boule dans U_2;
- on place la boule tirée de U_2 dans U_3, puis on tire une boule dans U_3;
- ...etc.

Pour tout entier $n \geq 1$, on note E_n l'événement "la boule tirée de U_n est verte" et $P_n = P(E_n)$ sa probabilité.

Q11. La valeur de P_1 est

A) 0,54	B) 0,40 X	C) 0,44	D) 0,64

Q12. Sachant qu'on a tiré une boule verte de U_1 et qu'on l'a placée dans U_2, la probabilité de tirer une boule verte de U_2 est

A) 0,60 X	B) 0,83	C) 0,80	D) 0,33

Q13. La valeur de P_2 est

A) 0,44	B) 0,46	C) 0,48 X	D) 0,45

Q14. La relation entre P_n et P_{n+1} est

A) $P_{n+1} = 5 + 5P_n$	B) $P_{n+1} = 2 + 5P_n$	C) $P_{n+1} = 5 + 2P_n$	D) $5\,P_{n+1} = 2 + P_n$ X

Q15. En étudiant le comportement de la suite P_n, peut-on confirmer qu'après un grand nombre de tirage on a

A) une chance sur deux de tirer une boule verte X	B) une chance sur trois de tirer une boule verte	C) une chance sur quatre de tirer une boule verte	D) une chance sur cinq de tirer une boule verte