تصحيح الامتحان الموحد الوطني للباكالوريا لمادة الفيزياء والكيمياء

الدورة الإستدراكية *2017*

الشعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

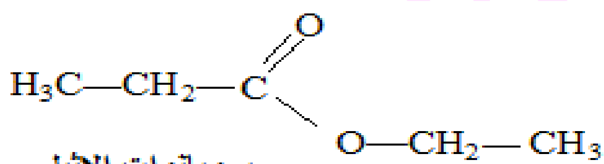
الكيمياء (7 نقط)

الجزء الأول : دراسة حلمأة إستر و دراسة محلول مائي لحمض البروبانويك

1- دراسة حلمأة إستر :

1-1-

1-1-1- كتابة الصيغة نصف منشورة للإستر وإعطاء اسمه :



بروبانوات الإثيل

1-1-2- تحديد كتلة الحمض الناتج عند التوازن :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل	$C_2H_5COOC_2H_5 + H_2O \rightleftarrows C_2H_5COOH + C_2H_5COH$			
الحالة البدئية	n_1	n_2	0	0
الحالة النهائية	$n_1 - x_{eq}$	$n_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

تعبير ثابتة التفاعل :

$$K = \frac{[C_2H_5COOH]_{eq}.[C_2H_5COOH]_{eq}}{[C_2H_5COOC_2H_5]_{eq}.[H_2O]_{eq}} = \frac{{x_{eq}}^2}{(n_1 - x_{eq})^2} = \left(\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}}\right)^2$$

$$\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}} = \sqrt{K} \Rightarrow x_{eq} = \sqrt{K}(n_1 - x_{eq}) \Rightarrow x_{eq} = \frac{n_1.\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$$

$$n_f(C_2H_5COOH) = x_{eq} = \frac{m_{acide}}{M(C_2H_5COOH)} \Rightarrow m_{acide} = n_f(C_2H_5COOH).M(C_2H_5COOH)$$

$$m_{acide} = \frac{n_1.\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}.M(C_2H_5COOH)$$

ت.ع :

$$m_{acide} = \frac{0,1\times\sqrt{0,25}}{1+\sqrt{0,25}} \times 74 \simeq 2,47\ g$$

1-2- الحلمأة القاعدية للإستر

1-2-1- المعادلة المنمذجة للتفاعل :

$$C_2H_5COOC_2H_5 + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + C_2H_5OH$$

2-2-1- مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{eq} = n_{exp}(alcool) = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)}$$

$$x_{max} = n_0(ester) = \frac{m_0}{M(C_2H_5COOC_2H_5)}$$

$$r = \frac{n_{exp}(alcool)}{n_0(ester)} = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)} \cdot \frac{M(C_2H_5COOC_2H_5)}{m_0}$$

$$r = \frac{4,2}{46} \times \frac{102}{10,2} = 0,913 \implies r \simeq 91\ \%$$

2- دراسة محلول مائي لحمض البروبانويك :

2-1-

2-1-1- معادلة تفاعل حمض البروبانويك والماء :

$$C_2H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2-1-2- تعبير pH بدلالة pK_A و $[C_2H_5COOH]$ و $[C_2H_5COO^-]$:

$$pH = pK_A + log\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$$

2-1-3- إثبات العلاقة $\tau = \frac{1}{1+10^{pK_A-pH}}$:

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{max} = C.V \quad \text{و} \quad [H_3O^+] = [C_2H_5COO^-] = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$[C_2H_5COOH] = \frac{C.V - x_{eq}}{V} = C - \frac{x_{eq}}{V} = C - [C_2H_5COO^-]$$

$$C = [C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]$$

$$\tau = \frac{V.[C_2H_5COO^-]}{C.V} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C[C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]} = \frac{1}{1 + \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]}}$$

$$pH = pK_A + log\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} \implies log\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = pH - pK_A$$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = 10^{pH-pK_A} \implies \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]} = 10^{pK_A-pH}$$

نستنتج العلاقة :

$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A-pH}}$$

حساب τ :

$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{4,9-2,9}} = 9{,}9.10^{-3} \implies \tau \simeq 1\ \%$$

2-2-

1-2-2- معادلة تفاعل المعايرة :

$$C_2H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2-2-2- تعبير الخارج $\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ بدلالة V_B و V_{BE} :

معادلة التفاعل	$C_2H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
الحالة البدئية	$C_A.V_A$	$C_B.V_B$	0	بوفرة
عند التوازن	$C_A.V_A - x_E$	$C_B.V_B - x_E$	x_E	بوفرة

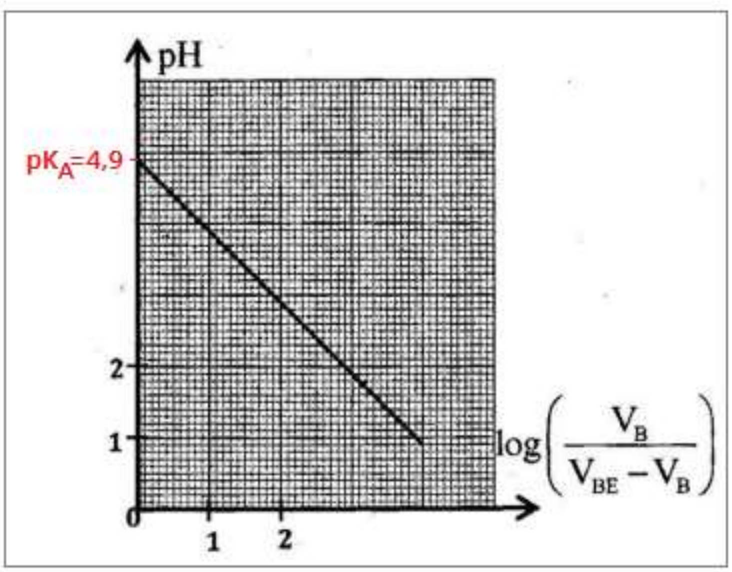
لدينا :

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{\frac{x_E}{V}}{\frac{C_A.V_A - x_E}{V}} = \frac{x_E}{C_A.V_A - x_E}$$

المتفاعل المحد هو HO^- (قبل التكافؤ $V_B < V_{BE}$) و التقدم الأقصى هو : $x_E = x_{max} = C_B.V_B$

حسب علاقة التكافؤ : $C_A.V_A = C_B.V_{BE}$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{C_B.V_B}{C_B.V_{BE} - C_B.V_B} = \frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$



3-2-2- التحقق من قيمة pK_A :

العلاقة : $pH = pK_A + log\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ تكتب :

$$pH = pK_A + log\left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B}\right)$$

تكون $pH = pK_A$ عندما يكون : $log\left(\frac{V_B}{V_{BE}-V_B}\right) = 0$

مبيانيا (أنظر الشكل) نجد : $pK_A = 4{,}9$

الجزء الثاني : دراسة العمود كادميوم – فضة

1- اختيار الجواب الصحيح :

ب- القطب الموجب للعمود هو إلكترود الفضة.

التعليل :

حساب خارج التفاعل للمعادلة : $2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}} 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$ عند الحالة البدئية :

$$Q_{r,i} = \frac{[Cd^{2+}]_i}{[Ag^+]_i^2} = \frac{0{,}20}{0{,}40^2} = 1{,}25 < K = 5.10^{40}$$

تتطور المجموعة الكيميائية تلقائيا في المنحى المباشر أي منحى اختزال Ag^+ ومنه فإن القطب الموجب (الكاثود) للعمود هو إلكترود الفضة.

-2

2-1- التعبير عن خارج التفاعل Q_r بدلالة x :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل	$2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \rightleftarrows 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$				كميات مادة e^- المنتقلة
الحالة البدئية	$C_1.V$	$n_i(Cd)$	بوفرة	$C_2.V$	$n(e^-) = 0$
بعد تمام المدة t	$C_1.V - 2x$	$n_i(Cd) - x$	بوفرة	$C_2.V + x$	$n(e^-) = 2x$
عند استهلاك العمود	$C_1.V - 2x_{max}$	$n_i(Cd) - x_{max}$	بوفرة	$C_2.V + x_{max}$	$n(e^-) = 2x_{max}$

$$Q_r = \frac{[Cd^{2+}]_t}{[Ag^+]_t^2} = \frac{\frac{C_2.V+x}{V}}{\left(\frac{C_1.V-2x}{V}\right)^2} = \frac{(C_2.V+x).V}{(C_1.V-2x)^2} = \frac{0,20\times 0,25^2 + 0,25x}{(0,4\times 0,25-2x)^2} = \frac{1,25.10^{-2}+0,25x}{(0,1-2x)^2}$$

2-2- حساب Q_r عند $t = 10\ h$:

لنحدد x خارج التفاعل عند اللحظة t :

$$\begin{cases} n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I.t}{F} \\ n(e^-) = 2x \end{cases} \Rightarrow 2x = \frac{I.t}{F} \Rightarrow x = \frac{I.t}{2F} = \frac{0,215\times 10\times 3600}{2\times 9,65\times 10^4} = 0,040\ mol$$

حساب Q_r :

$$Q_r = \frac{1,25.10^{-2}+0,25x}{(0,1-2x)^2} = \frac{1,25.10^{-2}+0,25\times 0,04}{(0,1-2\times 0,04)^2}$$

$$Q_r = 56,25$$

2-3- حساب $|\Delta m|$ تغير كتلة إلكترود الكادميوم عندما يستهلك العمود كليا :

$$|\Delta n(Cd)| = x_{max} = \frac{|\Delta m|}{M(Cd)}$$

$$|\Delta m| = x_{max}.M(Cd)$$

حساب x_{max} المتفاعل المحد هو Ag^+ ومنه : $C_1.V - 2x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = \frac{C_1.V}{2}$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2}C_1.V.M(Cd)$$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2}\times 0,40\times 0,25\times 112,4 = 5,62\ g$$

الفيزياء (13 نقطة)

التحولات النووية (2,25 نقطة) : دراسة نشاط عينة مشعة

1- اختيار الجواب الصحيح :

ج- حسب منحنى أسطون ، بالنسبة للنوى الثقيلة ، تتناقص درجة الاستقرار مع تزايد ثقل النوى.

2- تعريف النشاط الاشعاعي من طراز B^- :

هو تفتت طبيعي وتلقائي تتحول خلاله النواة الأصلية $^{A}_{Z}X$ إلى نواة متولدة $_{Z+1}^{\;\;A}Y$ مع انبعاث إلكترون $^{\;\,0}_{-1}e$ معادلة التفتت :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}_{Z+1}^{\;\;A}Y + {}^{\;\,0}_{-1}e$$

3- الطاقة المحررة $|\Delta E|$عند تفتت نويدة $^{60}_{27}Co$:

معادلة التفتت نويدة $^{60}_{27}Co$:

$$^{60}_{27}Co \longrightarrow {}^{60}_{28}X + {}^{\;\,0}_{-1}e$$

$$\Delta E = (m(^{60}_{28}X) + m(^{\;\,0}_{-1}e) - m(^{60}_{27}Co)).c^2$$

تحديد $m(^{60}_{28}X)$:

$$E_\ell(^{60}_{28}X) = [28\,m(^1_1p) + (60-28)m(^1_0n) - m((^{60}_{28}X))].c^2$$

$$m((^{60}_{28}X) = 28\,m(^1_1p) + (60-28)m(^1_0n) - E_\ell(^{60}_{28}X).c^{-2}$$

نعوض في تعبير ΔE :

$$\Delta E = (28\,m(^1_1p) + (60-28)m(^1_0n) - E_\ell(^{60}_{28}X).c^{-2} + m(^{\;\,0}_{-1}e) - m(^{60}_{27}Co)).c^2$$

ت.ع :

$$\Delta E = \left(28 \times 1{,}00728 + 32 \times 1{,}00866 - \frac{588{,}387}{931{,}5} + 5{,}486.10^{-4} - 59{,}8523\right) \times 931{,}5 MeV.c^{-2}.c^2$$

$$|\Delta E| \simeq 2{,}28 MeV$$

4- إثبات العلاقة $t_1 = \tau ln\left(\frac{N_A.m_0}{\tau.M.a_1}\right)$:

لدينا :

$$a_1 = a_0.e^{-\lambda.t_1} = a_0.e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

$$\frac{a_1}{a_0} = e^{-\frac{t_1}{\tau}} \Longrightarrow t_1 = -\tau.\ln\left(\frac{a_1}{a_0}\right)$$

مع :

$$\frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{M} \Longrightarrow N_0 = \frac{m_0}{M}.N_A \quad \text{و} \quad \lambda = \frac{1}{\tau}$$

$$a_0 = \lambda.N_0 = \frac{m_0.N_A}{\tau.M}$$

$$t_1 = -\tau.\ln\left(\frac{a_1}{a_0}\right) t_1 = \tau.\ln\left(\frac{a_0}{a_1}\right)$$

$$t_1 = \tau.\ln\left(\frac{m_0.N_A}{\tau.M.a_1}\right)$$

حساب t_1 :

$$t_1 = \frac{2{,}8.10^3}{365{,}25} \times \ln\left(\frac{50 \times 10^{-3} \times 6{,}02.10^{23}}{2{,}8.10^3 \times 24 \times 3600 \times 60 \times 5{,}18.10^{11}}\right) = 10{,}63\ ans$$

$$t_1 \simeq 10{,}63\ ans$$

الكهرباء (5,25 نقطة)

I- شحن مكثف و تفريغه

1- شحن المكثف

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات :

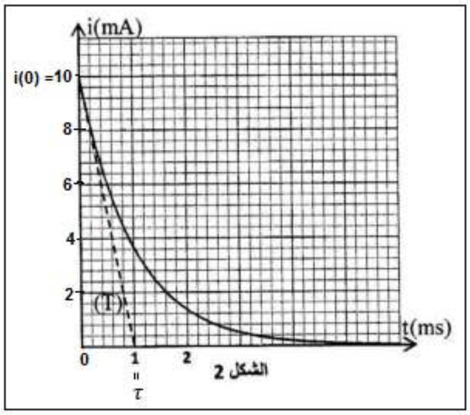
$$u_R + u_C = E$$

$$R.i + \frac{1}{C}.q = E$$

$$R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{qt} = 0$$

$$R.C.\frac{di}{dt} + i = 0$$

1-2- تحديد المقاومة R للموصل الأومي :



حسب تعبير ثابتة الزمن : $\tau = R.C$ مع : $\tau = 1ms$

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{1.10^{-3}}{2{,}5.10^{-6}} = 400\ \Omega$$

1-3- تحديد U_0 :

عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا نجد : $i(0) = 10\ mA$

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i(0) = \frac{E - U_0}{R} \Longrightarrow U_0 = E - R.i(0)$$

$$U_0 = 8 - 400 \times 10 \times 10^{-3} = 4\ V$$

1-4- تعبير الطاقة الكهربائية E_{el} المكتسبة من طرف المكثف خلال مدة النظام الانتقالي :

$$E_{el} = E_e(t \to \infty) - E_e(0) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C.U_0^2$$

$$E_{el} = \frac{1}{2}C(E^2 - U_0^2)$$

ت.ع : $E_{el} = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times (8^2 - 4^2) = 6.10^{-5}\ J$

2- التذبذبات الحرة في الدارة RLC :

2-1- إثبات تعبير الطاقة المغنطيسية $E_m(t)$ بدلالة L و $i(t)$:

القدرة الكهربائية الممنوحة للوشيعة $P = U_L.i$ مع : $u_L = L.\frac{di}{dt} + r.i$

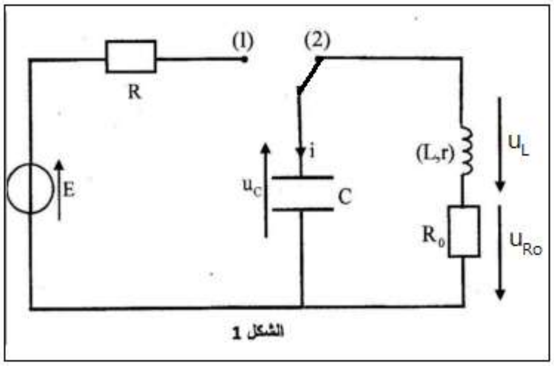
$$P = r.i^2 + L.i.\frac{di}{dt} = r.i^2 + \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}L.i^2)$$

القدرة الكهربائية هي مجموع قدرتين : قدرة مبددة بمفعول جول في الوشيعة $P_{th} = r.i^2$

القدرة المخزونة في الوشيعة : $P_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L.i^2\right) = \frac{dE_m}{dt}$

$$E_m = \frac{1}{2}L.i^2(t) + Cte$$

عند $t = 0$ لدينا $i(0) = 0$ و $E_m(0) = 0$ نستنتج ان $Cte = 0$



الشكل 1

نستنتج الطاقة المخزونة في الوشيعة هي : $E_m = \frac{1}{2}L.i^2(t)$

2-2- تعبير $\frac{dE_t}{dt}$ بدلالة r و R_0 و $i(t)$:

لدينا : $E_t = E_e + E_m$

$$E_t = \frac{1}{2}C.u_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}L.i^2$$

و بالاشتقاق نجد :

$$\frac{dE_t}{dt} = \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt} + Li\frac{di}{dt} = i.(\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt})$$

المعادلة التفاضلية :

$$u_L + u_{R_0} + u_C = 0$$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R_0.i + u_C = 0 \implies L.\frac{di}{dt} + i.(R_0 + r) + \frac{q}{C} = 0$$

$$L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -i.(R_0 + r)$$

$$\frac{dE_t}{dt} = -(R_0 + r).i^2$$

3-2- تحديد الطاقة المبددة :

$$|\Delta E_t| = E_t(0) - E_t(t_1) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C.u_C^2(t_1) - \frac{1}{2}L.i^2(t_1)$$

عند اللحظة t_1 يأخذ التوتر بين مربطي الموصل الأومي قيمة قصوى أي ان شدة التيار تكون قصوية ومنه $\frac{di}{dt} = 0$ نكتب :

$u_{R_0}(t_1) = R_0.i_1$ أي: $i_1 = \frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}$

المعادلة التفاضلية :

$$\implies L.\underbrace{\frac{di}{dt}}_{=0} + i_1.(R_0 + r) + u_C(t_1) = 0 \implies u_C(t_1) = -i_1.(R_0 + r) = -\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}.(R_0 + r)$$

نعوض في تعبير $|\Delta E_t|$ نجد :

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C.\left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}.(R_0 + r)\right)^2 - \frac{1}{2}L.\left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}\right)^2$$

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times 8^2 - \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times \left(\frac{0{,}44}{30} \times (30 + 7)\right)^2 - \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times \left(\frac{0{,}44}{30}\right)^2$$

$$|\Delta E_t| = 2{,}58 \times 10^{-5}\, J$$

II- التذبذبات القسرية في الدارة (RLC)

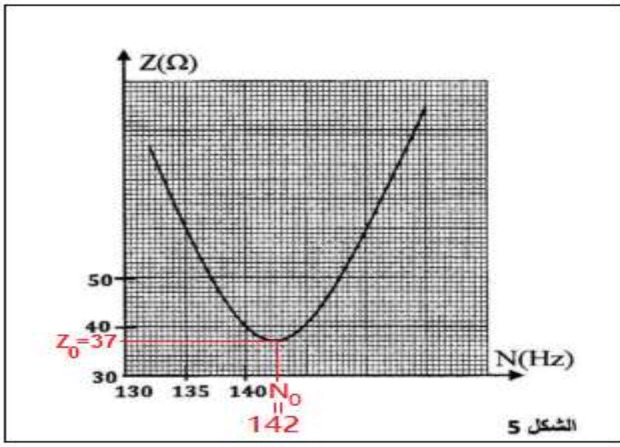
1- أختيار الجواب الصحيح

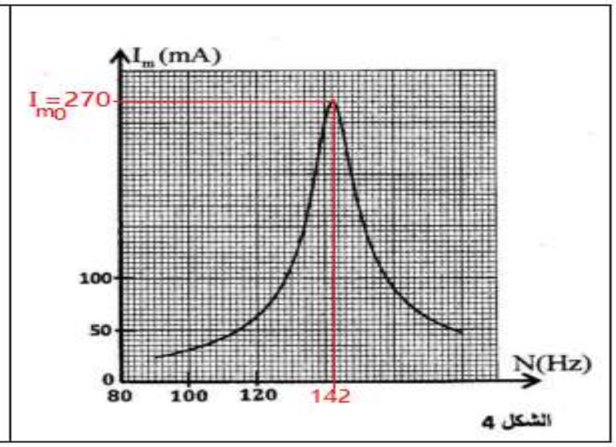
د-تعبير نعامل الجودة هو $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$

2- تحديد قيمة كل من U_m و L_0 و r_0 :

عند الرنين يكون : $U_{m_0} = Z_0.I_{m_0}$

مبيانيا نجد : $I_{m_0} = 270mA$ و$Z_0 = 37\Omega$





ت.ع : $U_m = 37 \times 0{,}270 = 9{,}99 \simeq 10\ \Omega$

تحديد L_0 :

عند الرنين يكون التردد N_R الذي يفرضه المولد مساويا للتردد الخاص N_0 للدارة RLC :

$$N_R = N_0 \text{ مع : } N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0.C}}$$

$$N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2.L_0.C} \quad \Longleftarrow \quad L_0 = \frac{1}{4\pi^2.N_0^2.C}$$

ت.ع : $L_0 = \frac{1}{4\pi^2 \times 142^2 \times 2{,}5 \times 10^{-6}} = 0{,}5\Omega$

-تحديد r_0 :

ممانعة الدارة عند الرنين تساوي مقاومة الدارة : $Z_0 = R_0 + r_0$ أي : $r_0 = Z_0 - R_0$

ت.ع : $r_0 = 37 - 7 = 7\ \Omega$

3- قيمة القدرة الكهربائية المستهلكة عند الرنين :

$$P = U.I.\underbrace{cos\varphi}_{=1} = \frac{U_m.I_m}{2}$$

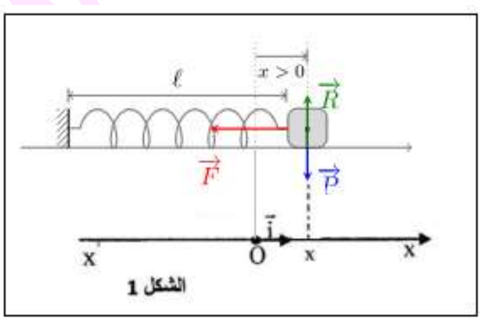
ت.ع : $P = \frac{10 \times 0{,}27}{2} = 1{,}35\ W$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة المتذبذب (جسم صلب-نابض)

1- دراسة حركة المتذبذب الميكانيكي في وضعية أفقية

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول $x(t)$:



المجموعة المدروسة : $\{(S)\ \text{الجسم}\}$

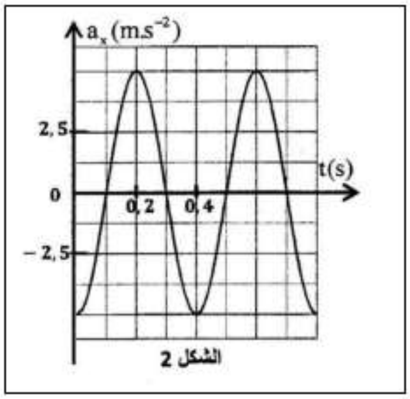
جرد القوى : وزن الجسم : $\vec{P}$

تأثير النابض : $\vec{T}$

تأثير المستوى الأفقي : $\vec{R}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$$



الشكل 2

الإسقاط على المحور Ox :

$$P_x+T_x+R_x=m.a_x$$

$$-kx=ma_x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t)+\frac{k}{m}.x(t)=0$$

2-1- تحديد قيمة كل من x_m و φ :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $x(t)=X_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2X_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)\Longrightarrow a_x(\mathrm{t})=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2x(t)$$

عند اللحظة $t=0$:

$$a_x(0)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2x(0)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2X_m.\cos(\varphi)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2X_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)=-A_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

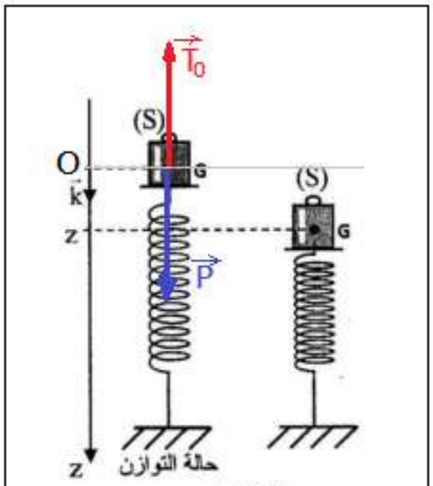
$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2X_m.\cos(\varphi)=-A_m.\cos(\varphi)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2X_m=A_m\Longrightarrow X_m=\frac{A_m}{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2}=\frac{5}{\left(\frac{2\pi}{0{,}4}\right)^2}=0{,}02\,m\Longrightarrow X_m=2cm$$

-تحديد φ :

$$a_x(0)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2X_m.\cos\varphi\Longrightarrow\cos\varphi=\frac{a_x(0)}{-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2X_m}=\frac{-5}{\left(\frac{2\pi}{0{,}4}\right)^2\times0{,}02}=1{,}01\ \approx0$$

$$\varphi=0$$



الشكل 3

2- دراسة حركة المتذبذب في وضعية رأسية :

2-1- تحديد هند التوازن ، الإطالة $\Delta\ell_0$ بدلالة m و K و g :

المجموعة المدروسة : (الجسم (S))

جرد القوى :

وزن الجسم $\vec{P}$ حيث : $\vec{P} = m.\vec{g} = m.g.\vec{k}$

تأثير النابض $\vec{T}_0$ حيث : $\vec{T}_0 = -K.|\Delta\ell_0|.\vec{k}$

بما ان $\Delta\ell_0 < 0$ النابض مقلص فإن $\vec{T}_0 = K.\Delta\ell_0.\vec{k}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oz :

$$m.g + K.\Delta\ell_0 = 0$$

$$\boldsymbol{\Delta\ell_0 = -\frac{m.g}{K}}$$

2-2- إثبات تعبير طاقة الوضع الكلية E_p :

نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة O مرجعا لطاقة الوضع الثقالية $\left(E_{pp} = 0 \text{ عند } z = 0\right)$

$E_{pp} = -m.g.z + Cte$ لدينا : $Cte = 0$

نختار الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة$\left(E_{pe} = 0\right)$:

$E_{pe} = \frac{1}{2}K.a^2 + C'te$ حيث a إطالة النابض اي : $a = z + \Delta\ell_0$

لدينا : $0 = \frac{1}{2}K.0^2 + C'te$ أي : $C'te = 0$

طاقة الوضع الكلية E_p يكتب :

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} = -m.g.z + \frac{1}{2}K.(z - \Delta\ell_0)^2 = -m.g.z + \frac{1}{2}K.z^2 - K.z.\Delta\ell_0 + \frac{1}{2}K.{\Delta\ell_0}^2$$

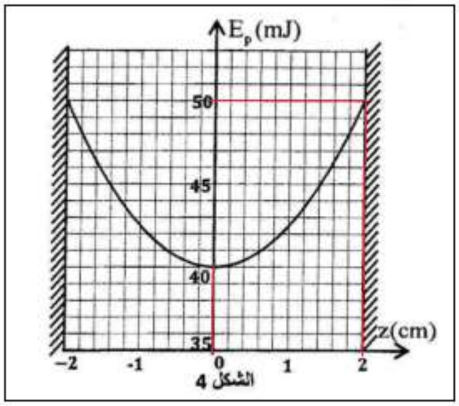
لدينا :

$$m.g = -K.\Delta\ell_0 = 0$$

$$E_p = K.\Delta\ell_0.z + \frac{1}{2}K.z^2 - K.z.\Delta\ell_0 + \frac{1}{2}K.{\Delta\ell_0}^2 \Longrightarrow \boldsymbol{E_p = \frac{1}{2}K.z^2 + \frac{1}{2}K.{\Delta\ell_0}^2}$$

نضع : $A = \frac{1}{2}K.{\Delta\ell_0}^2$ و $B = \frac{1}{2}K.{\Delta\ell_0}^2$

$$E_p = A.z^2 + B$$



-2-3

-2-3-1 قيمة كل من K و Δl_0 :

عند $z = 0$ لدينا : $E_{p0} = \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 = 40\ mJ$

عند $z = 2cm$ لدينا : $E_p = 50mJ$

$$E_p = \frac{1}{2}K.z^2 + \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 = \frac{1}{2}K.z^2 + E_{p0}$$

$$K = \frac{2(E_{p_0} - E_p)}{z^2} = \frac{2(50.10^{-3} - 40.10^{-3})}{0{,}02^2} = 50\ N/m$$

$$E_{p0} = \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 \Rightarrow \Delta l_0 = -\sqrt{\frac{2E_{p_0}}{K}} < 0$$

$$\Delta l_0 = -\sqrt{\frac{2 \times 40 \times 10^{-3}}{50}} = -4.10^{-2}\ m$$

$$\boldsymbol{\Delta l_0 = -4\ cm}$$

-2-3-2 شغل قوة الارتداد عندما ينتقل G من $z_1 = 0$ إلى $z_2 = 1{,}4\ cm$:

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T}) = -\Delta E_p$$

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T}) = -(E_p(z_2) - E_p(z_1)) = \frac{1}{2}K.z_1^2 + \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 - \frac{1}{2}K.z_2^2 - \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 = \frac{1}{2}K.(z_1^2 - z_2^2)$$

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T}) = \frac{1}{2} \times 50 \times [0 - (1{,}4.10^{-2})^2] = 4{,}9.10^{-3}\ J$$

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T}) = 4{,}9\ mJ$$

الجزء الثاني : تحديد شعاع مدار القمر حول الأرض

-1 تعريف المرجع المركزي الأرضي :

ويسمى كذلك جيو مركزي هو مرجع أصله مركز الأرض و محاوره الثلاث متجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة و يستعمل لدراسة حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض .

-2 أختيار الجواب الصحيح :

د- سرعة الحركة الدائرية المنتظمة لكوكب حول الشمس لا تتعلق بكتلة الكوكب .

التعليل : تعبير سرعة مركز قصور الكوكب حول الشمس و M كتلة الشمس و R شعاع مداره حول الشمس : $V = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب m .

-3 التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس (ذي الكتلة M) على الأرض (ذي الكتلة m) يكتب :

$$\vec{F}_{S/T} = -G.\frac{M.m}{R^2}.\vec{u}_{ST}$$

في أساس فريني $(\vec{u},\vec{n})$ يكتب التعبير السابق :

$$\vec{F}_{S/T} = G.\frac{M.m}{R^2}.\vec{n}$$

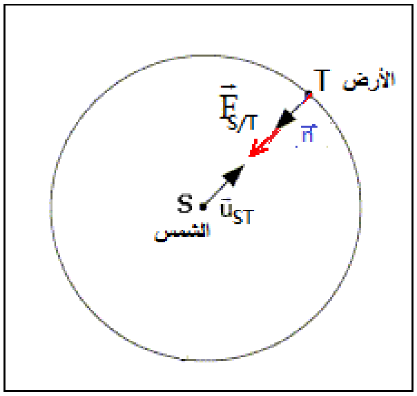
حيث: $\vec{n}$ و $\vec{u}_{ST}$ متجهتان واحديتان متعاكستان ($\vec{n} = -\vec{u}_{ST}$).

-4 إثبات ان حركة G مركز قصور الأرض حول الشمس دائرية منتظمة :

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المركزي الأرضي :

$$\vec{F}_{S/T} = m.\vec{a}$$

$$G.\frac{M.m}{R^2}.\vec{n} = m.\vec{a}$$



$$\vec{a} = G.\frac{M}{R^2}.\vec{n}$$

نستنتج ان متجهة التسارع منظمية و بالتالي التسارع المماسي منعدم :

$a_T = \frac{dV}{dt} = 0$ إذن : $V = Cte$

وبالتالي فإن حركة الأرض حول الشمس دائرية منتظمة .

5- إثبات القانون الثالث لكبلير :

باعتبار التسارع منظمي فإن : $a = a_N = G.\frac{M}{R^2}$

في معلم فريني التسارع المنظمي يكتب : $a_N = \frac{V^2}{R}$

$$\frac{V^2}{R} = G.\frac{M}{R^2} \Longrightarrow V = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$$

نعلم ان : $V = R\omega = \frac{2\pi R}{T}$ و حيث أن : $V = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$ فإن : $\frac{G.M}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$ يعني أن : $T^2 = \frac{4\pi^2}{G.M}.R^3$

نستنتج القانون الثالث لكبلير: $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} = Cte$

6- تعبير الشعاع r لمدار القمر حول الأرض بدلالة m و M و T و T' و R :

القانون الثالث لكيبلير لدوران الأرض حول الشمس يكتب : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M}$ أي: $\frac{T^2}{R^3}.M = \frac{4\pi^2}{G}$

القانون الثالث لكيبلير لدوران القمر حول الألاض يكتب : $\frac{T'^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m}$ أي: $\frac{T'^2}{r^3}.m = \frac{4\pi^2}{G}$

من العلاقتين نكتب :

$$\frac{T^2}{R^3}.M = \frac{T'^2}{r^3}.m \Longrightarrow r^3 = \frac{T'^2}{T^2}.\frac{m}{M}.R^3 \Longrightarrow r = R.\sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2.\frac{m}{M}}$$

ت.ع :

$$r = 1{,}49 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\left(\frac{27{,}32}{365{,}25}\right)^2.\frac{1}{3{,}35\times10^5}} \Longrightarrow r = 3{,}81.10^5\ km$$