Correction de l'examen nationale de baccalauréat
Filières internationales du baccalauréat option françaises

Session de rattrapage 2017

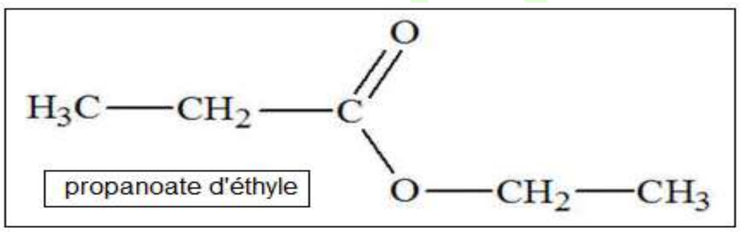
Sciences mathématiques (A) et (B)

Chimie (7 points)

Partie I : hydrolyse d'un ester et étude d'une solution aqueuse d'acide propanoïque

I- Etude de l'hydrolyse d'un ester :

1-1-1- La formule semi-développée de l'ester E et son nom :



1-1-2- La masse de l'acide carboxylique formée à l'équilibre :

Le tableau d'avancement :

Equation de la réaction	$C_2H_5COOC_2H_5 + H_2O \rightleftarrows C_2H_5COOH + C_2H_5COH$			
Etat initial	n_1	n_2	0	0
Etat final	$n_1 - x_{eq}$	$n_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

$$K = \frac{[C_2H_5COOH]_{eq}.[C_2H_5COOH]_{eq}}{[C_2H_5COOC_2H_5]_{eq}.[H_2O]_{eq}} = \frac{{x_{eq}}^2}{(n_1 - x_{eq})^2} = \left(\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}}\right)^2$$

$$\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}} = \sqrt{K} \Longrightarrow x_{eq} = \sqrt{K}(n_1 - x_{eq}) \Longrightarrow x_{eq} = \frac{n_1.\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$$

$$n_f(C_2H_5COOH) = x_{eq} = \frac{m_{acide}}{M(C_2H_5COOH)} \Longrightarrow m_{acide} = n_f(C_2H_5COOH).M(C_2H_5COOH)$$

$$m_{acide} = \frac{n_1.\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}.M(C_2H_5COOH)$$

A.N :

$$m_{acide} = \frac{0,1 \times \sqrt{0,25}}{1+\sqrt{0,25}} \times 74 \simeq 2,47\ g$$

1-2- L'hydrolyse basique de l'ester :

1-2-1- Equation modélisant la réaction :

$$\boldsymbol{C_2H_5COOC_2H_5 + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + C_2H_5OH}$$

1-2-2- Le rendement r de cette réaction :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{eq} = n_{exp}(alcool) = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)}$$

$$x_{max} = n_0(ester) = \frac{m_0}{M(C_2H_5COOC_2H_5)}$$

$$r = \frac{n_{exp}(alcool)}{n_0(ester)} = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)} . \frac{M(C_2H_5COOC_2H_5)}{m_0}$$

$$r = \frac{4,2}{46} \times \frac{102}{10,2} = 0,913 \Longrightarrow r \simeq 91\ \%$$

2- Etude d'une solution aqueuse de l'acide propanoïque :

2-1-

2-1-1- L'équation modélisant la réaction de l'acide propanoïque avec de l'eau :

$$\boldsymbol{C_2H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}}$$

2-1-2- Expression du pH en fonction de pK_A , $[C_2H_5COOH]$ et $[C_2H_5COO^-]$:

$$pH = pK_A + log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$$

2-1-3- Montrons la relation $\tau = \frac{1}{1+10^{pK_A - pH}}$:

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{max} = C.V \quad \text{و} \quad [H_3O^+] = [C_2H_5COO^-] = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$[C_2H_5COOH] = \frac{C.V - x_{eq}}{V} = C - \frac{x_{eq}}{V} = C - [C_2H_5COO^-]$$

$$C = [C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]$$

$$\tau = \frac{V.[C_2H_5COO^-]}{C.V} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C[C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]} = \frac{1}{1 + \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]}}$$

$$pH = pK_A + log\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} \Longrightarrow log\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = pH - pK_A$$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = 10^{pH-pK_A} \Longrightarrow \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]} = 10^{pK_A-pH}$$

$$\tau = \frac{1}{1+10^{pK_A-pH}}$$

A.N :

$$\tau = \frac{1}{1+10^{4,9-2,9}} = 9,9.10^{-3} \Longrightarrow \tau \simeq 1\ \%$$

2-2-

2-2-1- L'équation modélisant la réaction du dosage :

$$\boldsymbol{C_2H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}}$$

2-2-2- L'expression du rapport $\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ en fonction du V_B et V_{BE} :

Equation de la réaction	$\boldsymbol{C_2H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}}$			
Etat initial	$\boldsymbol{C_A.V_A}$	$\boldsymbol{C_B.V_B}$	$\boldsymbol{0}$	En excès
Etat final	$\boldsymbol{C_A.V_A - x_E}$	$\boldsymbol{C_B.V_B - x_E}$	$\boldsymbol{x_E}$	En excès

On a :

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{\frac{x_E}{V}}{\frac{C_A.V_A - x_E}{V}} = \frac{x_E}{C_A.V_A - x_E}$$

Le réactif limitant est HO^-(avant l'équivalence $V_B < V_{BE}$)et l'avancement maximal est

$$x_E = x_{max} = C_B.V_B$$

$$C_A.V_A = C_B.V_{BE}$$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{C_B.V_B}{C_B.V_{BE} - C_B.V_B} = \frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$

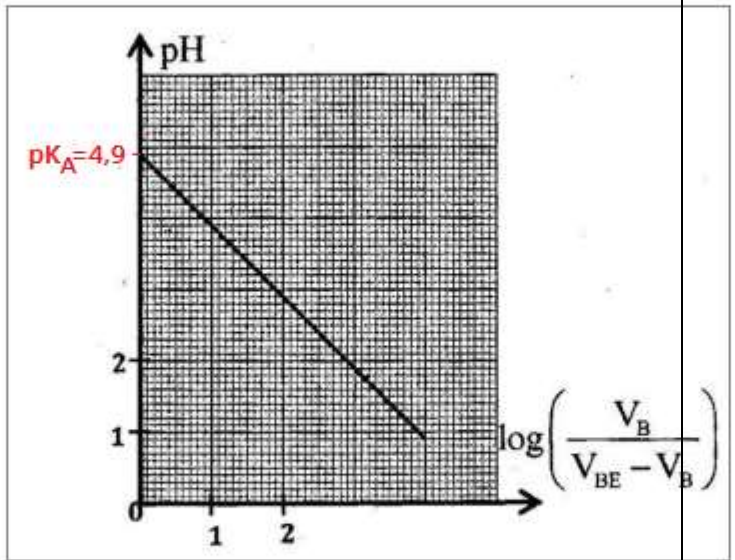
2-2-3- Retrouvons la valeur de pK_A :

D'après la relation : $pH = pK_A + log\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ on écrit :

$$pH = pK_A + log\left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B}\right)$$

Quand $log\left(\frac{V_B}{V_{BE}-V_B}\right) = 0$ on a : $pH = pK_A$

Graphiquement on obtient : $pK_A = 4{,}9$



Deuxième partie : Etude de la pile Cadmium- Argent

1- La proposition juste est :

b- Le pôle positif de la pile est l'électrode d'argent.

Remarque la justification de la réponse n'est pas demandé :

Calculons la valeur du $Q_{r,i}$ quotient de la réaction du système chimique dans l'état initial : d'prés l'équation de la réaction : $2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}} 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$

$$Q_{r,i} = \frac{[Cd^{2+}]_i}{[Ag^+]_i^2} = \frac{0{,}20}{0{,}40^2} = 1{,}25 < K = 5.10^{40}$$

Le sens d'évolution du système dans le sens (1) c.à.d Ag^+ se réduit, d'après le critère d'évolution spontanée, donc le pôle + est l'électrode de Ag.

2-

2-1- L'expression de Q_r en fonction de x :

Equation de la réaction	$2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \rightleftarrows 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$				Quantité de matière d'e^-
Etat initial	$C_1.V$	$n_i(Cd)$	en excès	$C_2.V$	$n(e^-) = 0$
Etat intermédiaire	$C_1.V - 2x$	$n_i(Cd) - x$	en excès	$C_2.V + x$	$n(e^-) = 2x$
Quand la pile est épuisée	$C_1.V - 2x_{max}$	$n_i(Cd) - x_{max}$	en excès	$C_2.V + x_{max}$	$n(e^-) = 2x_{max}$

$$Q_r = \frac{[Cd^{2+}]_t}{[Ag^+]_t^2} = \frac{\frac{C_2.V+x}{V}}{\left(\frac{C_1.V-2x}{V}\right)^2} = \frac{(C_2.V + x).V}{(C_1.V - 2x)^2} = \frac{0{,}20 \times 0{,}25^2 + 0{,}25x}{(0{,}4 \times 0{,}25 - 2x)^2} = \frac{1{,}25.10^{-2} + 0{,}25x}{(0{,}1 - 2x)^2}$$

2-2- Calcul de Q_r à t=10 h :

Exprimons x l'avancement de la réaction à l'instant t :

$$\begin{cases} n(e^-) = \dfrac{Q}{F} = \dfrac{I.t}{F} \\ n(e^-) = 2x \end{cases} \Longrightarrow 2x = \frac{I.t}{F} \Longrightarrow x = \frac{I.t}{2F} = \frac{0{,}215 \times 10 \times 3600}{2 \times 9{,}65 \times 10^4} = 0{,}040\, mol$$

Calculons Q_r :

$$Q_r = \frac{1{,}25.10^{-2} + 0{,}25x}{(0{,}1 - 2x)^2} = \frac{1{,}25.10^{-2} + 0{,}25 \times 0{,}04}{(0{,}1 - 2 \times 0{,}04)^2}$$

$$Q_r = 56{,}25$$

2-3- Calcul de $|\Delta m|$:

$$|\Delta n(Cd)| = x_{max} = \frac{|\Delta m|}{M(Cd)}$$

$$|\Delta m| = x_{max}.M(Cd)$$

Cherchons l'avancement maximal x_{max}, le réactif limitant est Ag^+ donc : $C_1.V - 2x_{max} = 0 \Longrightarrow x_{max} = \frac{C_1.V}{2}$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2} C_1.V.M(Cd)$$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2} \times 0{,}40 \times 0{,}25 \times 112{,}4 = 5{,}62\, g$$

Physique (13 points)

Transformations nucléaires

1- La proposition juste :

c- Pour les noyaux lourds et selon la courbe d'Aston, plus un noyau est lourd, moins il est stable.

2- Définition de la radioactivité β^- :

La radioactivité β^- est une transformation naturelle spontanée, au cour de laquelle un noyau non stable se transforme en un noyau plus stable avec l'émission d'un électron e^- appelé particule β^-.

3- Calcul de l'énergie $|\Delta E|$ libérée :

Equation de désintégration du ${}^{60}_{27}Co$:

$${}^{60}_{27}Co \longrightarrow {}^{60}_{28}X + {}^{0}_{-1}e$$

$$\Delta E = (m({}^{60}_{28}X) + m({}^{0}_{-1}e) - m({}^{60}_{27}Co)).c^2$$

Expression de $m({}^{60}_{28}X)$:

$$E_\ell({}^{60}_{28}X) = [28\, m({}^{1}_{1}p) + (60 - 28)m({}^{1}_{0}n) - m(({}^{60}_{28}X))].c^2$$

$$m(({}^{60}_{28}X) = 28\, m({}^{1}_{1}p) + (60 - 28)m({}^{1}_{0}n) - E_\ell({}^{60}_{28}X).c^{-2}$$

L'expression de $|\Delta E|$ devient :

$$|\Delta E| = \left|\left(28\, m\left({}^{1}_{1}p\right) + (60 - 28)m\left({}^{1}_{0}n\right) - E_\ell({}^{60}_{28}X).c^{-2} + m\left({}^{0}_{-1}e\right) - m({}^{60}_{27}Co)\right).c^2\right|$$

A.N :

$$|\Delta E| = \left|\left(28 \times 1{,}00728 + 32 \times 1{,}00866 - \frac{588{,}387}{931{,}5} + 5{,}486.10^{-4} - 59{,}8523\right) \times 931{,}5MeV.c^{-2}.c^2\right|$$

$$|\Delta E| \simeq 2{,}28MeV$$

4- Montrons la relation $t_1 = \tau ln\left(\frac{N_A.m_0}{\tau.M.a_1}\right)$:

On a :

$$a_1 = a_0.e^{-\lambda.t_1} = a_0.e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

$$\frac{a_1}{a_0} = e^{-\frac{t_1}{\tau}} \Longrightarrow t_1 = -\tau.\ln\left(\frac{a_1}{a_0}\right)$$

Avec :

$$\frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{M} \Longrightarrow N_0 = \frac{m_0}{M}.N_A \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{1}{\tau}$$

$$a_0 = \lambda.N_0 = \frac{m_0.N_A}{\tau.M}$$

$$t_1 = -\tau.\ln\left(\frac{a_1}{a_0}\right) t_1 = \tau.\ln\left(\frac{a_0}{a_1}\right)$$

$$t_1 = \tau.\ln\left(\frac{m_0.N_A}{\tau.M.a_1}\right)$$

A.N :

$$t_1 = \frac{2{,}8.10^3}{365{,}25} \times \ln\left(\frac{50 \times 10^{-3} \times 6{,}02.10^{23}}{2{,}8.10^3 \times 24 \times 3600 \times 60 \times 5{,}18.10^{11}}\right) = 10{,}63\ ans$$

$$t_1 \simeq 10{,}63\ ans$$

Electricité

1- Charge et décharge d'un condensateur

1- Charge d'un condensateur :

1-1- L'équation différentielle vérifiée par $i(t)$:

D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_R + u_C = E$$

$$R.i + \frac{1}{C}.q = E$$

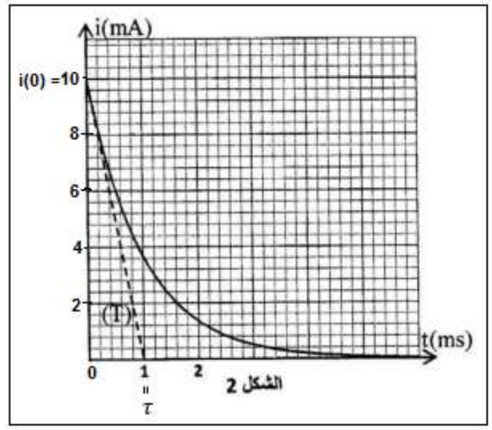
$$R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{qt} = 0$$

$$R.C.\frac{di}{dt} + i = 0$$

1-2- Détermination de R :

$\tau = \boldsymbol{R.C}$ avec : $\boldsymbol{\tau = 1ms}$

$$\boldsymbol{R = \frac{\tau}{C} = \frac{1.10^{-3}}{2,5.10^{-6}} = 400\ \Omega}$$



1-3- Détermination de U_0 :

A t=0 on a graphiquement i(0)=10mA

D'après la solution de l'équation différentielle : $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$(0) = \frac{E - U_0}{R} \Longrightarrow U_0 = E - R.i(0)$$

$$U_0 = 8 - 400 \times 10 \times 10^{-3} = 4\ V$$

1-4- L'expression de E_{el} en régime transitoire :

$$E_{el} = E_e(t \to \infty) - E_e(0) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C.U_0^2$$

$$E_{el} = \frac{1}{2}C(E^2 - U_0^2)$$

A.N :

$$E_{el} = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times (8^2 - 4^2) = 6.10^{-5}\ J$$

2- Oscillations libres dans un circuit (RLC) :

2-1- L'expression de $E_m(t)$ en fonction de L et i(t) :

La puissance électrique fournie à la bobine est :

$$P = U_L.i \text{ avec } u_L = L.\frac{di}{dt} + r.i$$

$$P = r.i^2 + L.i.\frac{di}{dt} = r.i^2 + \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}L.i^2)$$

$P_{th} = r.i^2$ La puissance dissipée par effet joule dans la bobine

$P_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L.i^2\right) = \frac{dEm}{dt}$ La puissance emmagasinée dans la bobine

$$E_m = \frac{1}{2}L.i^2(t) + Cte$$

A t=0 on a $i(0) = 0$ et $E_m(0) = 0$ donc : $Cte = 0$

L'énergie électrique emmagasinée dans la bobine : $E_m = \frac{1}{2}L.i^2(t)$

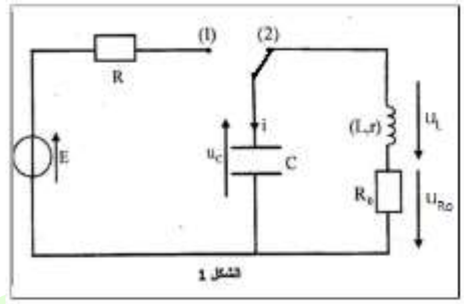
2-2- Expression de $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de r et R_0 et i(t) :

$$E_t = E_e + E_m$$

$$E_t = \frac{1}{2}C.u_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}L.i^2$$

$$\frac{dE_t}{dt} = \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt} + Li\frac{di}{dt} = i.(\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt})$$

L'équation différentielle :



$$u_L + u_{R_0} + u_C = 0$$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R_0.i + u_C = 0 \implies L.\frac{di}{dt} + i.(R_0 + r) + \frac{q}{C} = 0$$

$$L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -i.(R_0 + r)$$

$$\frac{dE_t}{dt} = -(R_0 + r).i^2$$

2-3- L'énergie $|\Delta E|$ dissipée dans le circuit entre t=0 et t :

$$|\Delta E_t| = E_t(0) - E_t(t_1) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C.u_C^2(t_1) - \frac{1}{2}L.i^2(t_1)$$

A l'instant t_1 la tension aux bornes du conducteur ohmique est maximale donc l'intensité du courant est maximale aussi alors $\frac{di}{dt} = 0$ on écrit : $u_{R_0}(t_1) = R_0.i_1$ et $i_1 = \frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}$

L'équation différentielle :

$$L.\underbrace{\frac{di}{dt}}_{=0} + i_1.(R_0 + r) + u_C(t_1) = 0 \Longrightarrow u_C(t_1) = -i_1.(R_0 + r) = -\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}.(R_0 + r)$$

On remplace dans l'expression de $|\Delta E_t|$ on trouve :

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C.\left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}.(R_0 + r)\right)^2 - \frac{1}{2}L.\left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}\right)^2$$

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times 8^2 - \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times \left(\frac{0{,}44}{30} \times (30 + 7)\right)^2 - \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times \left(\frac{0{,}44}{30}\right)^2$$

$$|\Delta E_t| = 2{,}58 \times 10^{-5}\ J$$

II- Oscillations forcées dans le circuit (RLC)

1- L'affirmation juste :

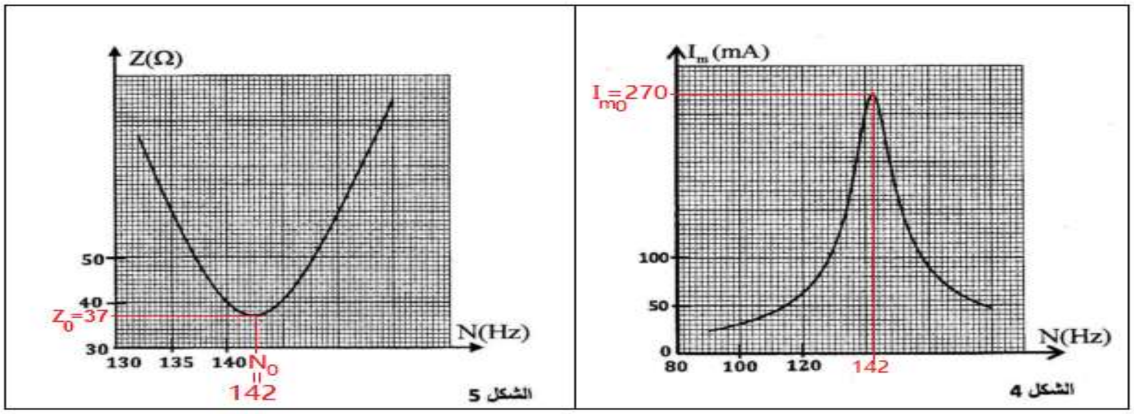
d- L'expression du coefficient de qualité est $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$.

2- Détermination de la valeur de U_m , L_0 et r_0 :

-Valeur de U_m :

A la résonance : $U_{m_0} = Z_0 . I_{m_0}$

Graphiquement $I_{m_0} = 270mA$ t et $Z_0 = 37\Omega$



A.N:

$$U_m = 37 \times 0{,}270 = 9{,}99 \simeq 10\ \Omega$$

-Valeur de L_0 :

A la résonance la fréquence NR délivrée par le générateur est égale à la fréquence propre N0 du circuit (RLC) : $N_R = N_0$

Avec : $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0.C}}$

$$L_0 = \frac{1}{4\pi^2.N_0^2.C} \qquad \Leftarrow \qquad N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2.L_0.C}$$

A.N:

$$L_0 = \frac{1}{4\pi^2 \times 142^2 \times 2{,}5 \times 10^{-6}} = 0{,}5\Omega$$

-Valeur de r_0 :

A la résonance : $Z_0 = R_0 + r_0 \quad \Longrightarrow r_0 = Z_0 - R_0$

A.N:

$$r_0 = 37 - 7 = 7\ \Omega$$

3- La valeur de la puissance électrique consommée à la résonance :

$$P = U.I.\underbrace{cos\varphi}_{=1} = \frac{U_m.I_m}{2}$$

A.N :

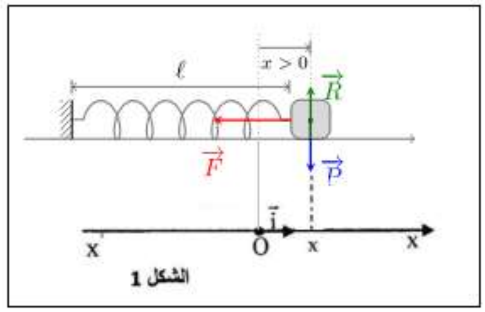
$$P = \frac{10 \times 0{,}27}{2} = 1{,}35\ W$$

Mécanique

Partie I- Etude du mouvement de l'oscillateur (corps solide-ressort)

1- Etude de l'oscillateur mécanique horizontal :

1-1- L'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x(t) :



Le système étudié : $\{corps\ (S)\}$

Bilan des forces : poids : $\vec{P}$

Tension du ressort : $\vec{T}$

Action du plan horizontal : $\vec{R}$

Appliquant la deuxième loi de Newton dans un repère lié à un référentiel terrestre considéré galiléen :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

Projection sur l'axe Ox :

$$P_x + T_x + R_x = m.a_x$$

$$-kx = ma_x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) + \frac{k}{m}.x(t) = 0$$

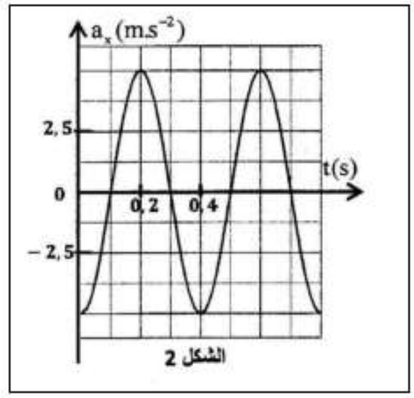
1-2- la valeur de x_m et de φ :

-La valeur de x_m

La solution de l'équation différentielle s'écrit : $x(t) = x_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \Longrightarrow a_x(\mathrm{t}) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t)$$

A t=0 :



$$a_x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m.\cos(\varphi)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right) = -A_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m.\cos(\varphi) = -A_m.\cos(\varphi)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m = A_m \Longrightarrow x_m = \frac{A_m}{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = \frac{5}{\left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2} = 0,02\,m \Longrightarrow x_m = 2cm$$

-Valeur de φ :

$$a_x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m.\cos\varphi \Longrightarrow \cos\varphi = \frac{a_x(0)}{-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m} = \frac{-5}{\left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2 \times 0,02} = 1,01 \approx 1$$

$$\varphi = 0$$

2- Etude de l'oscillateur mécanique vertical :

2-1- L'expression de $\Delta\ell_0$ en fonction de m, K et g :

Le système étudié : $\{corps\ (S)\}$

Bilan des forces : poids : $\vec{P} = m.\vec{g} = m.g.\vec{k}$

Tension du ressort : $\vec{T_0} = -K.|\Delta\ell_0|.\vec{k}$

$\Delta\ell_0 < 0$ donc : $\vec{T_0} = K.\Delta\ell_0.\vec{k}$

Appliquant la deuxième loi de Newton dans un repère lié à un référentiel terrestre considéré galiléen :

$$\vec{P} + \vec{T_0} = m.\vec{a}_G = m.\vec{a}_G$$

Projection sur l'axe Oz :

$$P_x + T_x + R_x = m.a_x$$

$$m.g - K.|\Delta\ell_0| = 0$$

$$|\Delta\ell_0| = \frac{\boldsymbol{m.g}}{\boldsymbol{K}}$$

La longueur finale du ressort est inférieure à la longueur initiale donc $\Delta\ell_0 < 0$

$$\Delta\ell_0 = -\frac{\boldsymbol{m.g}}{\boldsymbol{K}}$$

2-2- Expression de l'énergie potentielle $E_p = A.z^2 + B$:

On choisit comme référence $(E_{pp}=0)$le plan horizontal passant par O.

$$E_{pp}=-m.g.z+\underbrace{Cte}_{=0}=-m.g.z$$

On choisit comme référence $\left(E_{pe}=0\right)$ l'état ou le ressort n'est pas déformé.

$$E_{pe}=\frac{1}{2}K.a^2+\underbrace{C'te}_{=0}=E_{pe}=\frac{1}{2}K.a^2 \text{ avec } a=z+\Delta\ell_0$$

Energie potentielle totale :

$$E_p=E_{pp}+E_{pe}=-m.g.z+\frac{1}{2}K.(z+\Delta\ell_0)^2=-m.g.z+\frac{1}{2}K.z^2+\underbrace{K.|\Delta\ell_0|}_{=m.g}.z+\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2$$

$$E_p=\frac{1}{2}K.z^2+\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2$$

On pose : $A=\frac{1}{2}K$ et $B=\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2$

$$E_p=A.z^2+B$$

2-3-

2-3-1- La valeur de $\Delta\ell_0$ et de K :

Quand z=0 on a : $E_{p0}=\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2=40\ mJ$

Quand z=2cm on a : $E_p=50mJ$

$$E_p=\frac{1}{2}K.z^2+\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2=\frac{1}{2}K.z^2+E_{p0}$$

$$K=\frac{2(E_{p_0}-E_p)}{z^2}=\frac{2(50.10^{-3}-40.10^{-3})}{0{,}02^2}=50\ N/m$$

$$E_{p0}=\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2\ \Longrightarrow \Delta l_0=-\sqrt{\frac{2E_{p_0}}{K}}<0$$

$$\Delta l_0=-\sqrt{\frac{2\times 40\times 10^{-3}}{50}}=-4.10^{-2}\ m$$

$$\boldsymbol{\Delta l_0=-4\ cm}$$

2-3-2- Le travail de la force de rappel $\vec{T}$:

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T})=-\Delta E_p$$

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T})=-\left(E_p(z_2)-E_p(z_1)\right)=\frac{1}{2}K.z_1^2+\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2-\frac{1}{2}K.z_2^2-\frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2=\frac{1}{2}K.(z_1^2-z_2^2)$$

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T})=\frac{1}{2}\times 50\times[0-(1{,}4.10^{-2})^2]=4{,}9.10^{-3}\ J$$

$$W_{z_1\to z_2}(\vec{T})=4{,}9\ mJ$$

Partie II : Détermination du rayon de l'orbite de la lune autour de la terre

1- Définition du référentiel géocentrique :

Le référentiel géocentrique a pour origine le centre de la Terre et ses axes sont définis par rapport à trois axes étoiles lointaines qui apparaissent fixes.

2- La proposition juste :

d- La vitesse du mouvement circulaire uniforme d'une planète autour du soleil ne dépend pas de la masse de la planète.

3- L'expression vectorielle de la force d'attraction gravitationnelle exercée par le soleil sur la terre dans la base de Freinet $(\vec{u}, \vec{n})$:

$$\vec{F}_{S/T} = G.\frac{M.m}{R^2}.\vec{n}$$

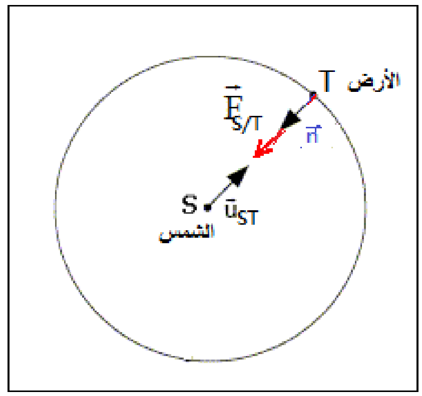
4- Montrons que le mouvement de G est circulaire uniforme :

Appliquant la deuxième loi de Newton, dans un référentiel géocentrique :

$$\vec{F}_{S/T} = m.\vec{a}$$

$$G.\frac{M.m}{R^2}.\vec{n} = m.\vec{a}$$

$$\vec{a} = G.\frac{M}{R^2}.\vec{n}$$



Le vecteur accélération centripète donc l'accélération tangentielle est nulle :

$$a_T = \frac{d\,V}{dt} = 0 \implies V = Cte$$

Le mouvement de la terre autour du soleil est circulaire uniforme.

5- Etablissons la troisième loi de Kepler :

$$G.\frac{M.m}{R^2}.\vec{n} = m.\vec{a}$$

$$a = a_N = \frac{V^2}{R} = G.\frac{M}{R^2}$$

$$V = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$$

$$V = R.\omega = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\sqrt{\frac{G.M}{R}} = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\frac{G.M}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} = K$$

6- Détermination de r :

La troisième loi de Kepler de la rotation de la terre autour du soleil :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} \Longrightarrow \frac{T^2}{R^3}.M = \frac{4\pi^2}{G}$$

La troisième loi de Kepler de la rotation de la lune autour de la terre :

$$\frac{T'^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m} \Longrightarrow \frac{T^2}{r^3}.m = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$\frac{T^2}{R^3}.M = \frac{T'^2}{r^3}.m \quad \Longrightarrow r^3 = \frac{T'^2}{T^2}.\frac{m}{M}.R^3 \quad \Longrightarrow r = R.\sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2.\frac{m}{M}}$$

A.N :

$$r = 1{,}49 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\left(\frac{27{,}32}{365{,}25}\right)^2.\frac{1}{3{,}35 \times 10^5}} \Longrightarrow r = 3{,}81.10^5\ km$$

"Pense bien, et tout ira bien !"